

Formeln zur Objektivauswahl

Nach Auswahl einer Zeilenkamera müssen für die gegebene Messanordnung ein geeignetes Objektiv und gegebenenfalls Zwischenringe bestimmt werden. Notwendiger Objektivauszug und Schärfentiefe der Abbildung können exakt berechnet werden.

Die Berechnung geschieht in den folgenden 5 Schritten:

Schritt 1: Abbildungsmaßstab: Für einen geforderten Messbereich L und eine ausgesuchte Zeilenkamera mit Sensorlänge S wird der Abbildungsmaßstab β bestimmt, siehe (F2).

Schritt 2: Brennweite: Mit dem Abbildungsmaßstab und dem Platzangebot für die Messanordnung OO' kann dann die Brennweite f eines geeigneten Objektivs ermittelt werden, siehe (F3).

Umgekehrt kann bei einem gegebenen Objektiv mit dem Abbildungsmaßstab der notwendige Messabstand bestimmt werden (F6).

Schritt 3: Objektivauszug und Tubuslänge: Für eine scharfe Abbildung muss das Objektiv einen definierten Abstand zum Zeilensensor haben.

Bei CCTV-Objektiven und Foto-Objektiven wird der Auszug Δs , (F4), mit der Entfernungseinstellung eingestellt.

Bei Scan- und Makro-Objektiven wird mit einem zusätzlichen Fokus-Adapter der Auszug Δs an dem hier notwendigen Fokusadapter eingestellt. Bei großen Abbildungsmaßstäben werden zusätzlich Zwischenringe eingesetzt. Die insgesamt notwendige Tubuslänge LT wird mit (F4) und (F5) berechnet. Sie wird dann aus Zwischenringen und - im Fall von Scan bzw. Makro-Objektiven - dem Fokusadapter aufgebaut.

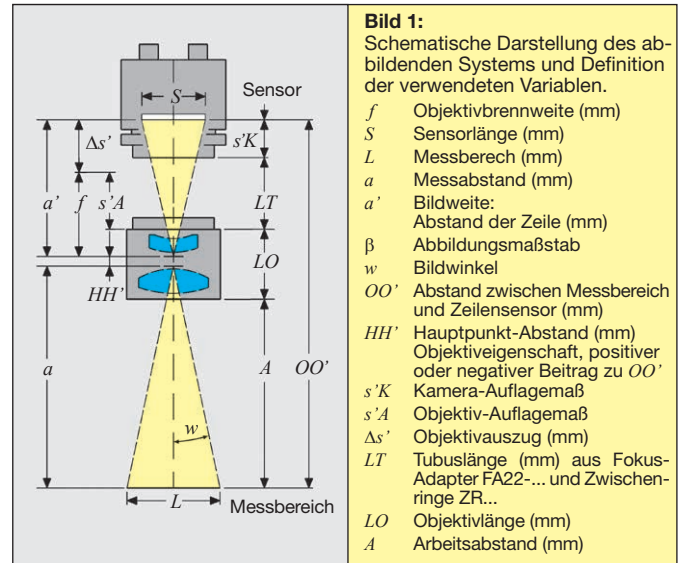
Schritt 4: Schärfentiefe: Bei Messobjekten mit ausgedehnter Dicke muss die Schärfentiefe $2z$ berechnet werden. Sie muss groß genug sein, um das komplette Objekt scharf auf den Zeilensensor abbilden zu können (F8).

Schritt 5: Auflösung: Da ein starkes Abblenden des Objektivs aufgrund

von Beugung die Auflösung vermindert, muss kontrolliert werden, ob mit der Blendenzahl noch eine ausreichende Auflösung erreicht wird (F11).

Bei einem großen Abbildungsmaßstab $\beta > 6$ muß dabei mit der effektiven Blendenzahl K' gerechnet werden (F9).

Die Grenzauflösung Δy_{\min} darf i.A. den Pixelabstand des Sensors nicht überschreiten.



F1: Abbildungsgleichung:

Zwischen den Entfernungen von Messbereich und Zeilensensor vom Objektiv besteht folgender Zusammenhang: $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$
Aus dieser Beziehung werden die Formeln F3 bis F6 abgeleitet.

F2: Abbildungsmaßstab β :

Der Abbildungsmaßstab ist definiert als $\beta = \frac{\text{sensor length}}{\text{measuring region}} = \frac{S}{L} = \frac{a'}{a}$.

Beispiel: Messbereich $L = 290$ mm, Sensorlänge $S = 28,7$ mm:
 $\beta = S/L = 28,7/290 = 1/10,1$

F3: Berechnung der Brennweite f

aus Abbildungsmaßstab β und Abstand Zeile-Messbereich OO' :

$$f = \frac{OO'}{1/\beta + \beta + 2} \quad \text{oder für } \beta = 1/10 \text{ näherungsweise} \quad f = \frac{OO'}{1/\beta + 2}$$

Beispiel: Abbildungsmaßstab $\beta = 1/10,1$ und Abstand $OO' = 605$ mm:
 $f = 605 \text{ mm} / (10,1 + 2) = 50$ mm

F4: Berechnung Objektivauszug $\Delta s'$

aus Abbildungsmaßstab β und Brennweite f : $\Delta s' = f \cdot \beta$

Beispiel 1: Abbildungsmaßstab $\beta = 1/10,1$ und Brennweite $f = 50$ mm:
 $\Delta s' = 50 \text{ mm} / 10,1 = 4,95$ mm

Beispiel 2: Bei einer 1:1 Makro-Abbildung ist die Objektivauszug $\Delta s'$ gleich der Brennweite f .

F5: Berechnung der Tubuslänge LT

$LT = \text{Objektiv-Auflagemass} + \text{Objektivauszug} - \text{Kamera-Auflagemass}$
 $LT = s'A + \Delta s' - s'K$

Beispiel: Rodagon 4.0/80, Brennweite $f = 81$ mm, $\beta = 1/6$,
 $s'A = 74,7$ mm, $s'K = 19,5$ mm
 $\Delta s' = f \cdot \beta = 81 \text{ mm} / 6 = 13,5$ mm
 $LT = 74,7 \text{ mm} + 13,5 \text{ mm} - 19,5 \text{ mm} = 68,7$ mm

Realisierung durch: 1x Fokus-Adapter FA22-40 22,0 mm
+ Fokus-Adapter-Auszug 6,7 mm **Summe:**
+ 2x Zwischenring ZR20 40,0 mm **68,7mm**

F6: Berechnung Abstand OO'

aus Abbildungsmaßstab β und Brennweite f : $OO' = (\beta + \frac{1}{\beta} + 2) \cdot f + HH'$

Für $\beta \leq 1/10$ gilt näherungsweise $OO' = (1/\beta + 2) \cdot f + HH'$.

Beispiel 1: Video-Objektiv B1614A, Brennweite $f = 16$ mm, $HH' = 3,85$ mm
 $L = 290$ mm, $S = 13,3$ mm
 $OO' = (L/S + 2) \cdot f + HH' = (290/13,3 + 2) \cdot 16 \text{ mm} + 3,85 \text{ mm}$
 $= 384,7$ mm (Näherung)

Beispiel 2: Rodagon 4.0/80, Brennweite $f = 81$ mm, $HH' = -2,5$ mm, $\beta = 1/6$
 $OO' = (1/\beta + 2) \cdot f + HH' = (1/6 + 2) \cdot 81 \text{ mm} - 2,5 \text{ mm} = 658,7$ mm

F7: Bildwinkel w

Der Bildwinkel w ergibt sich aus der Sensorlänge S , der Objektivbrennweite f und dem Abbildungsmaßstab β :

$$w = \arctan\left(\frac{S}{2 \cdot f \cdot (1 + \beta)}\right)$$

Der Bildwinkel wird für die Ermittlung der Randintensität F10 verwendet.

F8: Schärfentiefe:

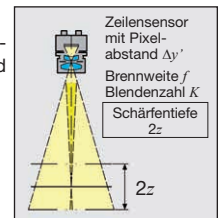
Die Schärfentiefe $2z$ nimmt bei fester Aufnahmegeometrie mit der Blendenzahl K , dem Pixelabstand $\Delta y'$ und dem Abbildungsmaßstab β zu:

$$2z = 2 \cdot \Delta y' \cdot K \cdot \frac{1}{\beta} (1 + \frac{1}{\beta})$$

Beispiel: Pixelabstand $\Delta y' = 0,014$ mm,
Abbildungsmaßstab $\beta = 1/10$,
Blendenzahl $K = 4$:
 $2z = 2 \cdot 0,014 \text{ mm} \cdot 4 \cdot 10 \cdot (1+10) = 12,3$ mm

F-number K	2	2,8	4	5,6	8	11	22	32
Depth of Focus $2z$ [mm]*	6,2	8,6	12,3	17,2	24,6	33,9	67,8	98,6
relative signal amplitude	16	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8

* für $\Delta y' = 0,014$ mm und $\beta = 1/10$



F9: effektive Blendenzahl K' , relative Signalamplitude

Für die Berechnung der Objektivauflösung (siehe F11) muss bei kleinen Abbildungsmaßstäben $\beta \leq 1/10$ im Unterschied zur nominalen Blendenzahl K (Brennweite/Blendendurchmesser) mit einer effektiven Blendenzahl K' (Bildweite/Blendendurchmesser) gerechnet werden. Die effektive Blendenzahl K' ergibt sich aus der nominalen Blendenzahl K und dem Abbildungsmaßstab β :

$$K' = K \cdot (1 + \beta)$$

Beispiel: nominale Blendenzahl $K = 4$, Abbildungsmaßstab $\beta = 1$:
effektive Blendenzahl $K' = 2 \cdot K = 8$

Magnification β	1/∞	1/8,2	1/5,3	1/3,8	1/2,4	1
Aperture Stops	0	+1/3	+1/2	+2/3	+1	+2
Rel. signal amplitude	1	0,79	0,71	0,63	0,5	0,25

rel. Signalamplitude
 $= \left(\frac{\beta}{1 + \beta}\right)^2$

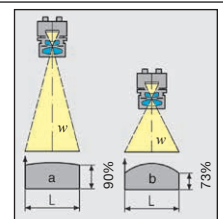
F10: Randintensität:

Die Randintensität des Zeilensignals wird von der Beleuchtung und vom Bildwinkel w (siehe F7) bestimmt. Auch bei homogener Beleuchtung nimmt die Signalamplitude zum Zeilenende hin stets ab:

$$\text{Randintensität [\%]} = 100 \cdot \cos^4(w)$$

Faustregel: Die Brennweite sollte mindestens gleich der Sensorlänge sein. Damit wird eine Randintensität $> 70\%$ erreicht.

Beispiel: Randintensität für 2 verschiedene Bildwinkel w bei gleicher Sensorlänge $S = 28,7$ und gleichem Abbildungsmaßstab $\beta = 1/4$.
a) Objektivbrennweite $f = 50$ mm Bildwinkel $w = 13^\circ$ Randintensität = 90%
b) Objektivbrennweite $f = 28$ mm Bildwinkel $w = 22,3^\circ$ Randintensität = 73%



F11: Grenzauflösung:

Die Auflösung des Objektivs ist durch Beugung begrenzt. Sie ist durch die effektive Blendenzahl K' (siehe F8) gegeben und erreicht bei Abbildung um 1 bis 2 Blendenstufen annähernd die theoretische Grenzauflösung. Zwei benachbarte Bildpunkte sind noch dann zu unterscheiden, wenn ihr Abstand ist:

$$\Delta y' \geq 2,4 \cdot \lambda \cdot K'$$

Die optische Wellenlänge λ kann im sichtbaren Spektralbereich mit $\lambda = 550$ nm angegeben werden.

Beispiel: effektive Blendenzahl $K' = 8$,
Wellenlänge $\lambda = 550$ nm
 $\Delta y'_{\min} = 10,6$ μm

effective F-number K'	Diffraction lim. Resolution* Δy_{\min} [μm]
2	2,6
2,8	3,7
4	5,3
5,6	7,4
8	10,6
11	14,5
16	21,1
22	29,0

*at wavelength $\lambda = 550$ nm